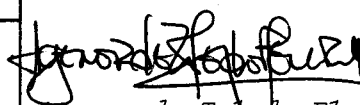
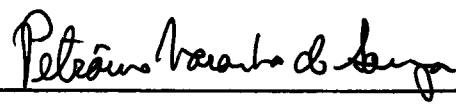



1. Publicação nº <i>INPE-3154-RPI/101</i>	2. Versão	3. Data <i>Junho, 1984</i>	5. Distribuição <input checked="" type="checkbox"/> Interna <input type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC/DGC</i>	Programa <i>CONTAT</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>ACELERÔMETROS</i> <i>MOVIMENTO DO SÓLIDO</i> <i>IOIÔ</i>			
7. C.D.U.: <i>629.783:629.7.05</i>			
8. Título <i>DETERMINAÇÃO DO MOVIMENTO DO CONJUNTO SATÉLITE</i> <i>- CONE DE ACOPLAMENTO - TERCEIRO ESTÁGIO</i> <i>ANTES DA SOLTURA DO IOIÔ, POR</i> <i>MEIO DE ACELERÔMETROS</i>		10. Páginas: <i>38</i>	
		11. Última página: <i>29</i>	
9. Autoria <i>Petrônio Noronha de Souza</i>		12. Revisada por  <i>Agenor de Toledo Fleury</i>	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por  <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor Geral	
14. Resumo/Notas <p><i>Este trabalho tem por objetivo apresentar uma forma de determinação do movimento do conjunto satélite-cone de acoplamento -terceiro estágio depois da injeção em órbita, mas antes da liberação do ioiô, por meio de acelerômetros convenientemente colocados na baía de equipamentos.</i></p>			
15. Observações			



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS .....	<i>v</i>
LISTA DE SÍMBOLOS .....	<i>vii</i>
1 - <u>INTRODUÇÃO</u> .....	1
2 - <u>EQUACIONAMENTO</u> .....	1
2.1 - Introdução .....	1
2.2 - Equacionamento para dois acelerômetros .....	2
2.3 - Equacionamento para um acelerômetro redundante .....	6
2.4 - Determinação do movimento por meio das leituras dos acelerômetros .....	8
2.4.1 - Determinação do movimento por meio dos acelerômetros $z_1$ e $x_1$ .....	9
2.4.2 - Determinação do movimento por meio dos acelerômetros $z_1$ e $z_2$ .....	9
2.4.3 - Determinação do movimento por meio dos acelerômetros $x_1$ e $z_2$ .....	10
3 - <u>AVALIAÇÃO DA MAGNITUDE DAS ACELERAÇÕES ENVOLVIDAS</u> .....	11
4 - <u>DETERMINAÇÃO DA PRECISÃO DE <math>\theta</math></u> .....	19
5 - <u>IMPLEMENTAÇÃO</u> .....	24
6 - <u>CONCLUSÕES</u> .....	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	29

•  
•

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1 - Referenciais OXYZ, Oxyz e $Ox_1y_1z_1$ .....	3
2 - Acelerações detectadas pelos acelerômetros .....	4
3 - Acelerações nas direções $x_1$ , $y_1$ e $z_1$ .....	6
4 - Referenciais OXYZ, $\theta_{xyz}$ , $Ox_1y_1z_1$ e $Ox_2y_2z_2$ .....	7
5 - Aceleração $a_{z_1}$ para $I_t/I_a = 2,0$ .....	13
6 - Aceleração $a_{z_1}$ para $I_t/I_a = 3,0$ .....	14
7 - Aceleração $a_{z_1}$ para $I_t/I_a = 4,0$ .....	14
8 - Aceleração $a_{z_1}$ para $I_t/I_a = 5,0$ .....	15
9 - Aceleração $a_{x_1rms}$ para $I_t/I_a = 2,0$ .....	15
10 - Aceleração $a_{x_1rms}$ para $I_t/I_a = 3,0$ .....	16
11 - Aceleração $a_{x_1rms}$ para $I_t/I_a = 4,0$ .....	16
12 - Aceleração $a_{x_1rms}$ para $I_t/I_a = 5,0$ .....	17
13 - Aceleração $a_{z_2rms}$ para $I_t/I_a = 2,0$ .....	17
14 - Aceleração $a_{z_2rms}$ para $I_t/I_a = 3,0$ .....	18
15 - Aceleração $a_{z_2rms}$ para $I_t/I_a = 4,0$ .....	18
16 - Aceleração $a_{z_2rms}$ para $I_t/I_a = 5,0$ .....	19
17 - Valores de $\Delta a$ pelo método $\theta_1$ .....	22
18 - Valores de $\Delta \theta$ pelo método $\theta_1$ .....	23
19 - Valores de $\Delta \theta$ pelo método $\theta_2$ .....	23
20 - Valores de $\Delta \theta$ pelo método $\theta_3$ .....	24
21 - Esquema de implementação do sistema de medida do movimento ..	25
22 - Disposição dos acelerômetros .....	26



- $z_2$  - Relativo à direção  $z_2$   
 rms - Valor médio quadrático  
 $0$  - Condição inicial de uma variável

### Índices Superiores

- $(\dot{\quad})$  - Derivada em relação ao tempo de ( )  
 $(\ddot{\quad})$  - Derivada segunda em relação ao tempo de ( )  
 $\sim$  - Sobre uma variável indica versor  
 $\rightarrow$  - Sobre uma variável indica vetor  
 $(\vec{\quad}) \cdot (\vec{\quad})$  - Produto escalar  
 $(\vec{\quad}) \wedge (\vec{\quad})$  - Produto vetorial

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\psi$	- Ângulo de precessão, rad
$\phi$	- Ângulo de rotação própria, rad
$\theta$	- Ângulo de nutação, rad
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	- Versores do referencial OXYZ
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	- Versores do referencial Oxyz
$\hat{i}_1, \hat{j}_1, \hat{k}_1$	- Versores do referencial $Ox_1y_1z_1$
$\hat{i}_2, \hat{j}_2, \hat{k}_2$	- Versores do referencial $Ox_2y_2z_2$
$I_a$	- Momento de inércia axial, $kg\,m^2$
$I_t$	- Momento de inércia transversal, $kg\,m^2$
$\vec{\rho}$	- Vetor posição dos acelerômetros em relação ao centro da massa
$l_a$	- Módulo do vetor $\vec{\rho}$ , m
$\beta$	- Ângulo entre as direções $Oz_1$ e $Oz_2$
$T_\phi$	- Matriz de rotação do sistema Oxyz para $Ox_1y_1z_1$
$T_\beta$	- Matriz de rotação do sistema $Ox_1y_1z_1$ para $Ox_2y_2z_2$
$a$	- Aceleração, $m/s^2$
$\dot{\phi}_0$	- Velocidade angular de rotação própria inicial e nominal do satélite, rad/s
$\epsilon$	- Energia cinética, $kg\,m^2\,s^{-2}$

### Índices inferiores

$x_1$	- Relativo à direção $x_1$
$y_1$	- Relativo à direção $y_1$
$z_1$	- Relativo à direção $z_1$



## 1 - INTRODUÇÃO

Devido a erros de magnitude de empuxo, alinhamento e duração da queima dos motores que se incumbem de dar a velocidade de rotação própria ao conjunto satélite-cone de acoplamento-terceiro estágio, este pode assumir um movimento em torno do seu centro de massa no qual a direção do vetor da quantidade de movimento angular não coincide com o seu eixo de revolução (que é eixo principal de inércia). Nesse caso o conjunto passa a descrever um cone no espaço. Este movimento sofre amortecimento devido ao efeito "jet damping" durante a queima do terceiro estágio. O cone se fecha, mas não desaparece totalmente.

Após a injeção em órbita deve-se proceder à liberação do íoiô. Esta liberação só pode ser feita dentro de certos limites do ângulo de nutação, de modo a evitar choque de alguma parte do íoiô com o satélite. Para que se tenha certeza do correto acionamento do íoiô, o movimento do conjunto deve ser avaliado de forma que se possa ou não autorizar à minuteria a realização da soltura.

Esta avaliação é feita por meio de acelerômetros convenientemente colocados no cone de acoplamento.

## 2 - EQUACIONAMENTO

### 2.1 - INTRODUÇÃO

Partindo de uma hipótese de movimento, o equacionamento tem por finalidade, obter as seguintes informações:

- número mínimo de acelerômetros necessário para medir o movimento;
- posições em que os acelerômetros devem ser colocados;
- faixa de acelerações a que os acelerômetros serão submetidos;
- precisão requerida na leitura das acelerações;

- tipo de sinal que será gerado;
- equações para a determinação dos parâmetros do movimento.

## 2.2 - EQUACIONAMENTO PARA DOIS ACELERÔMETROS

A hipótese de movimento é que o conjunto está descrevendo um movimento de precessão regular, ou seja, não há velocidade de nutação; portanto, os cones do corpo e do espaço são de revolução. Deve-se observar que há velocidade de precessão, embora não haja torque aplicado.

Este tipo de movimento só ocorre em corpos dinamicamente de revolução, ou seja, corpos com simetria axial. É aí que se situa a aproximação feita, pois na realidade os momentos de inércia transversais do conjunto não são iguais, mas levemente diferentes, o que proporciona pequenas amplitudes para o movimento de nutação.

Para um corpo que se movimenta de acordo com a hipótese, vale a seguinte equação (Merian, 1976):

$$\dot{\psi} = \frac{I_a}{(I_t - I_a) \cos\theta} \dot{\phi} . \quad (1)$$

Os dois acelerômetros serão colocados em um ponto sobre o eixo de revolução do conjunto. O primeiro deles deve ter o seu eixo ativo apontado para a direção do eixo de revolução, enquanto o segundo deve ter o seu eixo ativo apontado para uma direção normal a esta última e, por conseguinte, normal ao primeiro acelerômetro. Para tanto a Figura 1 mostra os sistemas de coordenadas a serem utilizados. O ponto O coincide com o centro de massa do corpo.

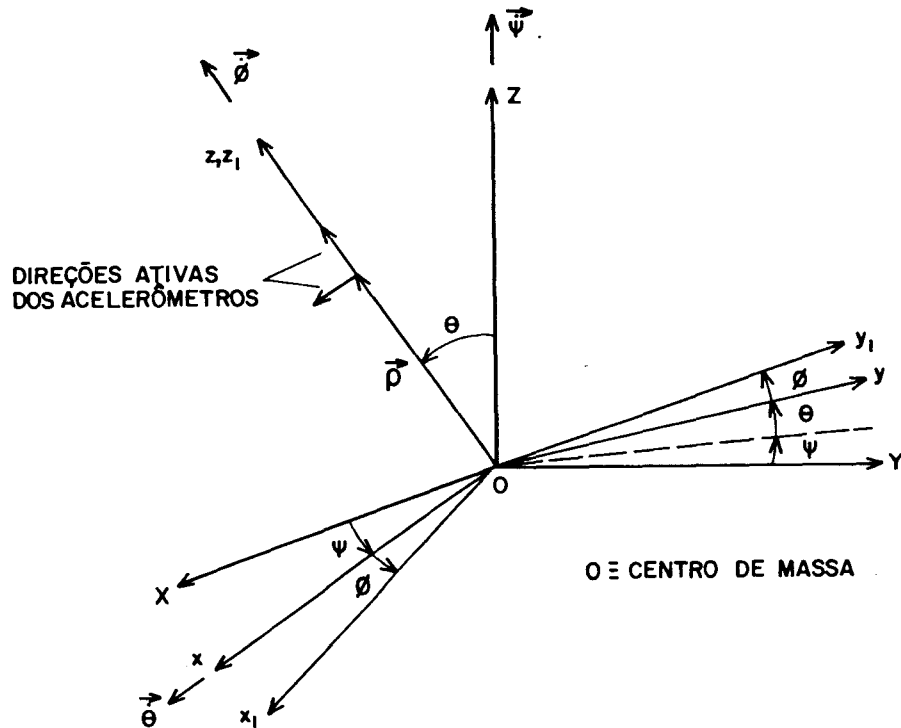


Fig. 1 - Referenciais OXYZ, Oxyz e Ox<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub>.

A aceleração no ponto em que se situam os acelerômetros é dada por:

$$\vec{a} = \vec{a}_{cm} + \dot{\vec{\Omega}} \wedge \vec{\rho} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{\rho}) + \ddot{\vec{\rho}} + 2\vec{\Omega} \wedge \dot{\vec{\rho}}, \quad (2)$$

onde:

$$\vec{a}_{cm} \cong \vec{0},$$

$$\vec{\Omega} = \dot{\psi} \text{sen}\theta \hat{j} + \dot{\psi} \text{cos}\theta \hat{k},$$

$$\dot{\vec{\Omega}} = \vec{0},$$

$$\vec{\rho} = \rho_a \hat{k},$$

$$\dot{\vec{\rho}} = \vec{0},$$

$$\ddot{\vec{r}}_p = \vec{0}.$$

Logo:

$$\vec{a} = \dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}\theta (\cos\theta \hat{j} - \text{sen}\theta \hat{k}). \quad (3)$$

Estas acelerações estão apresentadas na Figura 2, decompostas no referencial  $Oxyz$ .

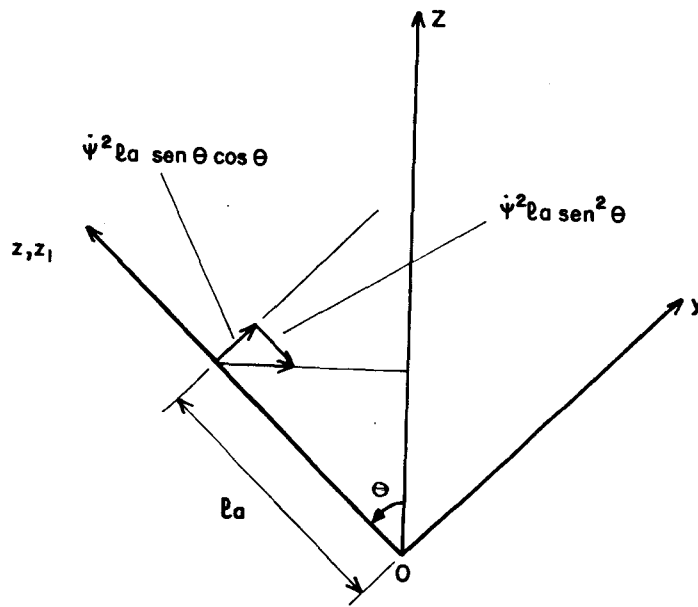


Fig. 2 - Acelerações detectadas pelos acelerômetros.

Como os acelerômetros estão rigidamente ligados ao corpo, eles giram com a velocidade angular de rotação própria  $\dot{\phi}$ , e a detecção da aceleração no plano  $xy$  é afetada do ângulo  $\phi$ .

Para que as acelerações sejam obtidas na forma como são expressas pelos acelerômetros, é necessário fazer uma transformação, passando-as do sistema  $Oxyz$  para o  $Ox_1y_1z_1$ , que é o que contém os acelerômetros; assim:

$$\vec{a}_{x_1y_1z_1} = [T_\phi] \vec{a}_{xyz} ,$$

onde:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \phi & \text{sen} \phi & 0 \\ -\text{sen} \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Dessa forma:

$$a_{x_1} = \dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen} \theta \cos \theta \text{sen} \phi , \quad (4)$$

$$a_{y_1} = \dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen} \theta \cos \theta \cos \phi , \quad (5)$$

$$a_{z_1} = -\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}^2 \theta . \quad (6)$$

A observação das acelerações pertencentes ao plano  $x_1y_1$  mostra que elas exprimem a rotação de um vetor de magnitude  $\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen} \theta \cdot \cos \theta$ , que gira com velocidade angular  $\dot{\phi}$  neste plano. A aceleração na direção  $z_1$  é invariante.

Se fossem colocados três acelerômetros, um em cada direção do sistema  $0x_1y_1z_1$ , os sinais obtidos durante uma rotação própria do corpo seriam os mostrados na Figura 3.

Através da análise da Figura 3 conclui-se que com um acelerômetro na direção  $z_1$  e apenas um no plano  $x_1y_1$  é possível obter os valores de  $a_z$  e  $a_x$  dados pela Equação 3, dado que as componentes  $a_x$  e  $a_y$  diferem apenas por um ângulo.

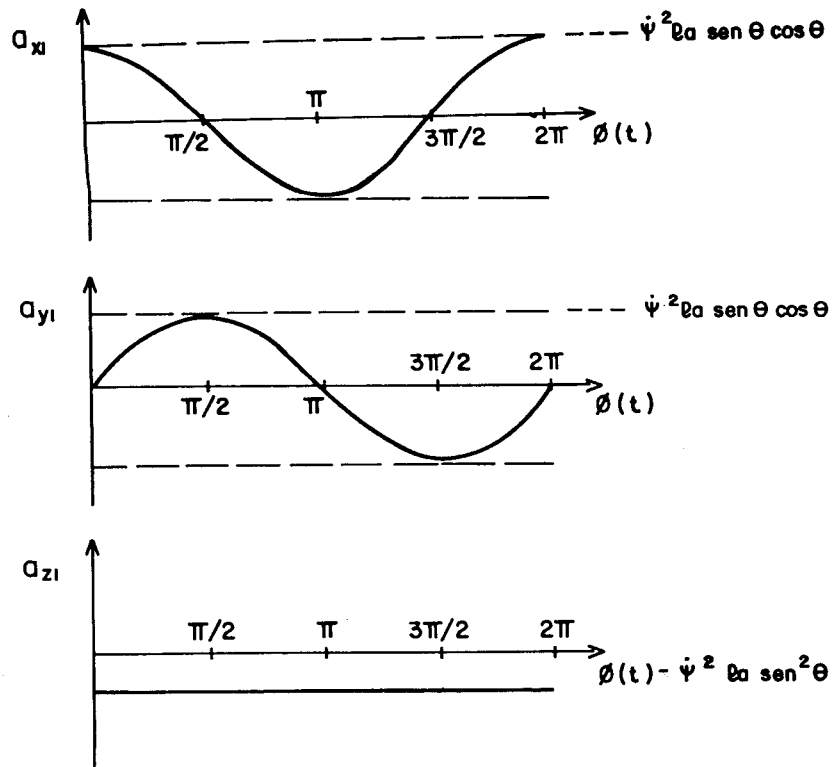


Fig. 3 - Acelerações nas direções  $x_1$ ,  $y_1$  e  $z_1$ .

### 2.3 - DETERMINAÇÃO DO MOVIMENTO PARA UM ACELERÔMETRO REDUNDANTE

A finalidade deste terceiro acelerômetro é suprir a falta de qualquer um dos dois outros. O ângulo entre os acelerômetros anteriormente descritos é de  $90^\circ$ . O terceiro deve ser colocado em um ponto intermediário entre os primeiros.

A Figura 4 mostra as rotações para a obtenção de um sistema de eixos que aponte para esta direção intermediária.

O sistema  $Ox_2y_2z_2$  é obtido por meio da rotação  $\beta$  em torno do eixo  $y_1$ . As acelerações dadas pelas Equações 4, 5 e 6 podem, através de uma transformação, ser expressas neste novo referencial.

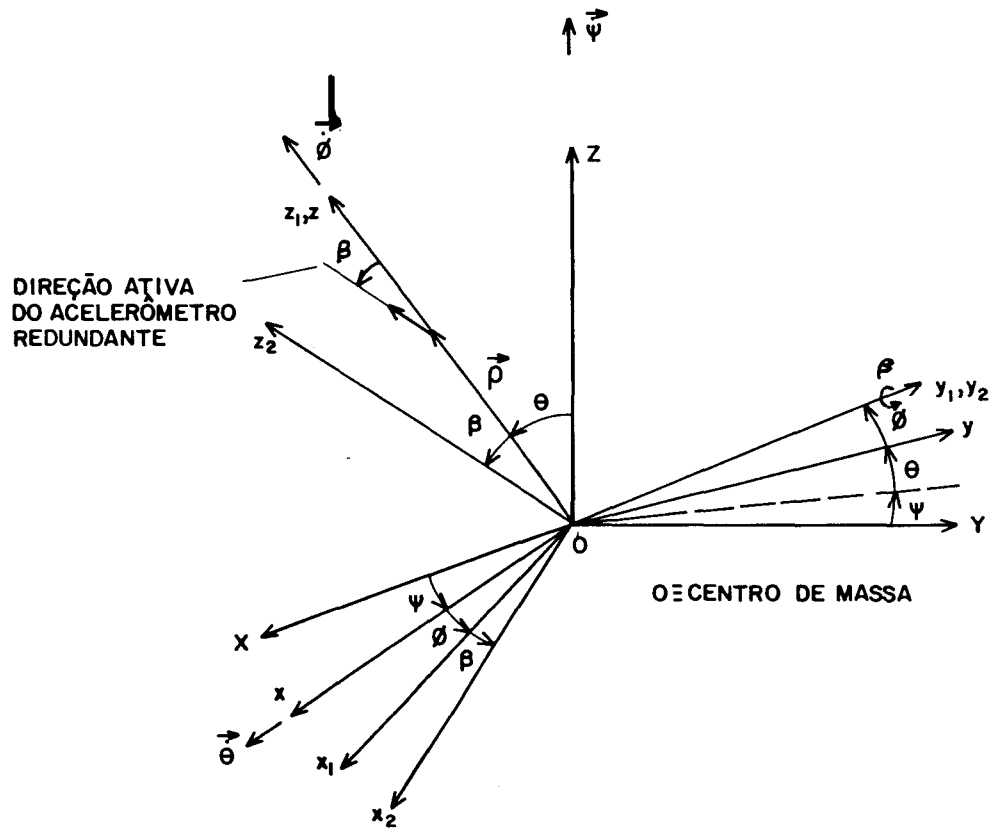


Fig. 4 - Referenciais OXYZ, Oxyz, Ox<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub> e Ox<sub>2</sub>y<sub>2</sub>z<sub>2</sub>.

Assim:

$$\vec{a}_{x_2 y_2 z_2} = [T_\beta] \vec{a}_{x_1 y_1 z_1},$$

onde:

$$T_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\text{sen}\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

Dessa forma:

$$\begin{bmatrix} a_{x_2} \\ a_{y_2} \\ a_{z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \text{ sen}\phi \cos\beta + \text{sen}\theta \text{ sen}\beta \\ \cos\theta \cos\phi \\ \cos\theta \text{ sen}\phi \text{ sen}\beta - \text{sen}\theta \cos\beta \end{bmatrix} \text{sen}\theta \dot{\psi}^2 l_a.$$

O acelerômetro redundante situa-se no eixo  $z_2$  e o seu sinal  $\bar{a}_{z_2}$  é composto de uma parcela contínua e outra senoidal:

$$a_{z_2} = \dot{\psi}^2 \ell_a \operatorname{sen}\theta (\cos\theta \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\phi - \operatorname{sen}\theta \cos\beta) . \quad (7)$$

#### 2.4 - DETERMINAÇÃO DO MOVIMENTO POR MEIO DAS LEITURAS DOS ACCELERÔMETROS

São os seguintes os sinais obtidos dos acelerômetros estudados:

$$a_{x_1} = \dot{\psi}^2 \ell_a \operatorname{sen}\theta \cos\theta \operatorname{sen}\phi ,$$

$$a_{z_1} = -\dot{\psi}^2 \ell_a \operatorname{sen}^2\theta ,$$

$$a_{z_2} = \dot{\psi}^2 \ell_a \operatorname{sen}\theta (\cos\theta \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\phi - \operatorname{sen}\theta \cos\beta) .$$

O sinal  $a_{z_1}$  não é afetado pela velocidade angular  $\dot{\phi}$ , mas os sinais  $a_{x_1}$  e  $a_{z_2}$  são; portanto, é preferível utilizar o seu nível rms.

Para o sinal  $a_{x_1}$ , que é uma senóide pura, o valor rms é dada por:

$$a_{x_1 \text{ rms}} = \frac{\dot{\psi}^2 \ell_a \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{\sqrt{2}} . \quad (8)$$

Para o sinal  $a_{z_2}$  fica-se com:

$$a_{z_2 \text{ rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_{z_2}^2(\phi) d\phi} .$$

Resolvendo a integral acima, obtêm-se:

$$a_{z_2 \text{ rms}} = \frac{\dot{\psi}^2 \ell_a \operatorname{sen}\theta}{\sqrt{2}} \sqrt{\cos^2\theta \operatorname{sen}^2\beta + 2\operatorname{sen}^2\theta \cos^2\beta} . \quad (9)$$



Com as Equações 6, 8 e 9 é possível determinar a magnitude do ângulo de nutação por meio de combinações dois a dois dos acelerômetros  $x_1$ ,  $z_1$  e  $z_2$ .

#### 2.4.1 - DETERMINAÇÃO DO MOVIMENTO POR MEIO DOS ACELERÔMETROS $z_1$ E $x_1$

As equações utilizadas são:

$$a_{x_1\text{rms}} = \frac{\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}\theta \text{cos}\theta}{\sqrt{2}} ,$$

$$a_{z_1} = -\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}^2\theta .$$

Determinando a razão entre as duas, tem-se:

$$\frac{a_{z_1}}{a_{x_1\text{rms}}} = \frac{-\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}^2\theta \sqrt{2}}{\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}\theta \text{cos}\theta} = -\frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta} \sqrt{2} .$$

Assim:

$$\text{tg}\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a_{z_1}}{a_{x_1\text{rms}}} ,$$

ou seja:

$$\theta = \text{arc tg} \frac{-a_{z_1}}{\sqrt{2} a_{x_1\text{rms}}} . \quad (10)$$

#### 2.4.2 - DETERMINAÇÃO DO MOVIMENTO POR MEIO DOS ACELERÔMETROS $z_1$ E $z_2$

As equações utilizadas são:

$$a_{z_1} = -\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}^2\theta ,$$

$$a_{z_2 \text{rms}} = \frac{\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}\theta}{\sqrt{2}} \sqrt{\cos^2\theta \text{sen}^2\beta + 2\text{sen}^2\theta \cos^2\beta} .$$

O ângulo  $\theta$  pode ser obtida de forma explícita adotando  $\beta = 45^\circ$  e determinando a razão entre as equações:

$$\frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}} = \frac{-1}{2\text{sen}\theta} \sqrt{1 + \text{sen}^2\theta} ,$$

ou seja:

$$\text{sen}^2\theta = \frac{1}{4 \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}} \right)^2 - 1} ,$$

e, finalmente:

$$\theta = \text{arc sen} \frac{1}{\sqrt{4 \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}} \right)^2 - 1}} . \quad (11)$$

#### 2.4.3 - DETERMINAÇÃO DO MOVIMENTO POR MEIO DOS ACELERÔMETROS $x_1$ E $z_2$

As equações utilizadas são:

$$a_{x_1 \text{rms}} = \frac{\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}\theta \cos\theta}{\sqrt{2}} ,$$

$$a_{z_2 \text{rms}} = \frac{\dot{\psi}^2 \ell_a \text{sen}\theta}{\sqrt{2}} \sqrt{\cos^2\theta \text{sen}^2\beta + 2\text{sen}^2\theta \cos^2\beta} .$$

Determinando a razão entre as duas com  $\beta = 45^\circ$ , tem-se:

$$\frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cos\theta} \sqrt{1 + \text{sen}^2\theta} ,$$

ou seja:

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{\left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} \right)^2 + \frac{1}{2}} ,$$

e, finalmente:

$$\theta = \arccos \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} \right)^2 + \frac{1}{2}}} . \quad (12)$$

### 3 - AVALIAÇÃO DA MAGNITUDE DAS ACELERAÇÕES ENVOLVIDAS

Seja um corpo dinamicamente de revolução, cuja razão  $I_t/I_a$  é conhecida. Com base na Equação 1 pode-se escrever:

$$\frac{\dot{\phi}}{\dot{\psi}} = \left( \frac{I_t}{I_a} - 1 \right) \cos \theta . \quad (13)$$

As razões obtidas para  $\dot{\phi}/\dot{\psi}$  valem sempre, mas para que se estimem as acelerações envolvidas no movimento, é necessário que  $\dot{\psi}$  e  $\dot{\phi}$  respeitem a energia cinética de rotação introduzida pelos motores en carregados de imprimir rotação própria ao conjunto. Esta energia é da da por:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{2} I_a \dot{\phi}_0^2 . \quad (14)$$

Para o caso em que o conjunto entra em precessão, ela passa a ser dada por:

$$\epsilon = \frac{1}{2} I_a (\dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta)^2 + \frac{1}{2} I_t (\dot{\psi} \sin \theta)^2 . \quad (15)$$

As Equações 14 e 15 podem ser igualadas, ficando:

$$\frac{\dot{\phi}_0^2}{\dot{\psi}^2} = \left( \frac{\dot{\theta}}{\dot{\psi}} + \cos\theta \right)^2 + \frac{I_t}{I_a} \text{sen}^2\theta . \quad (16)$$

Rearranjando e substituindo a Equação 13 na Equação 16, chega-se a:

$$\dot{\psi}^2 = \frac{\dot{\phi}_0^2}{\frac{I_t}{I_a} \left( \frac{I_t}{I_a} \cos^2\theta + \text{sen}^2\theta \right)} . \quad (17)$$

Com as Equações 17, 6, 8 e 9 pode-se determinar cada uma das acelerações em função da velocidade angular  $\dot{\phi}_0$ , da razão  $I_t/I_a$ , do ângulo de nutação  $\theta$  e da distância  $l_a$ .

Dessa forma, para a aceleração  $a_{z_1}$ , a substituição da Equação 17 na Equação 6 proporciona:

$$a_{z_1} = \frac{-\dot{\phi}_0^2 l_a}{\frac{I_t}{I_a} \left( \frac{I_t}{I_a} \frac{1}{\text{tg}^2\theta} + 1 \right)} . \quad (18)$$

Para a aceleração  $a_{x_1}$  tem-se:

$$a_{x_1 \text{rms}} = \frac{\dot{\phi}_0^2 l_a}{\frac{I_t}{I_a} \left( \frac{I_t}{I_a} \frac{1}{\text{tg}\theta} + \text{tg}\theta \right) \sqrt{2}} . \quad (19)$$

Para a aceleração  $a_{z_2 \text{rms}}$ , com  $\beta = 45^\circ$ , obtêm-se:

$$a_{z_2 \text{rms}} = \frac{\dot{\phi}_0^2 l_a \text{sen}\theta}{2 \frac{I_t}{I_a} \left( \frac{I_t}{I_a} \cos^2\theta + \text{sen}^2\theta \right) \sqrt{1 + \text{sen}^2\theta}} . \quad (20)$$

As Figuras 5 a 16 apresentam os gráficos das acelerações para  $\theta$  que varia entre  $0,1$  e  $5^\circ$ ,  $I_t/I_a$  que varia entre  $2,0$  e  $5,0$ ,  $\lambda_a$  que varia entre  $0,1$  e  $0,5$  m e  $\dot{\phi}_0$  que é igual a  $180$  rpm.

Cada um deles apresenta uma das acelerações para apenas uma razão  $I_t/I_a$ . Cada uma das curvas corresponde a um valor distinto de  $\lambda_a$ , os quais são  $0,1$ ;  $0,2$ ;  $0,3$ ;  $0,4$ ; e  $0,5$  m.

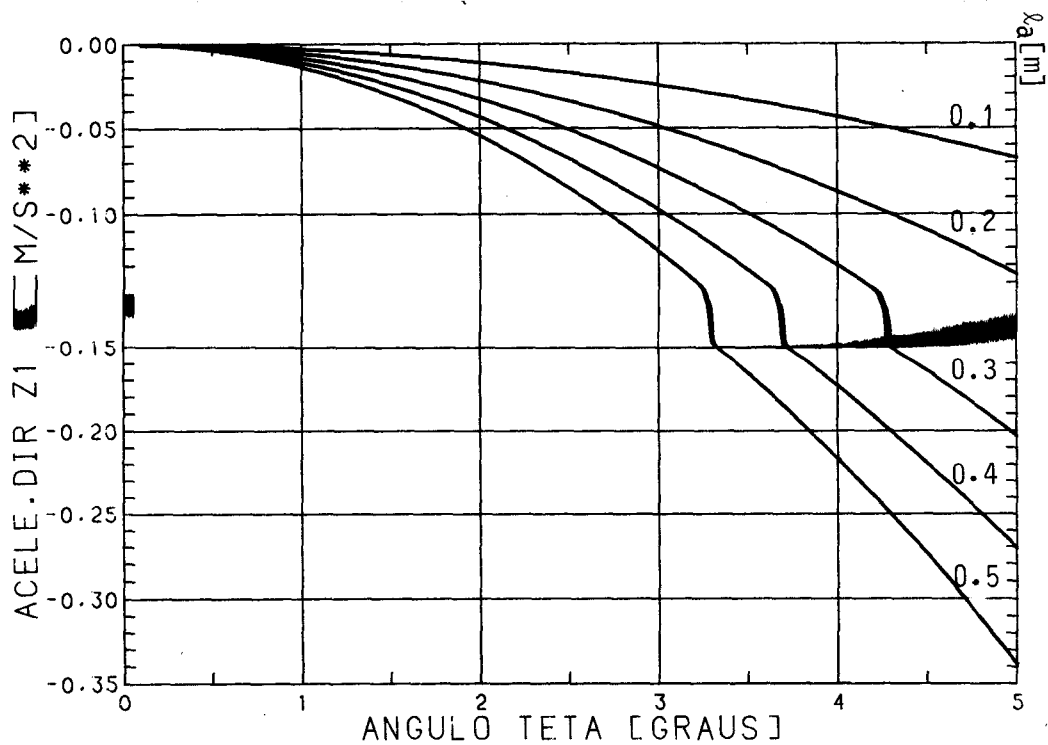


Fig. 5 - Aceleração  $a_{z1}$  para  $I_t/I_a = 2,0$ .

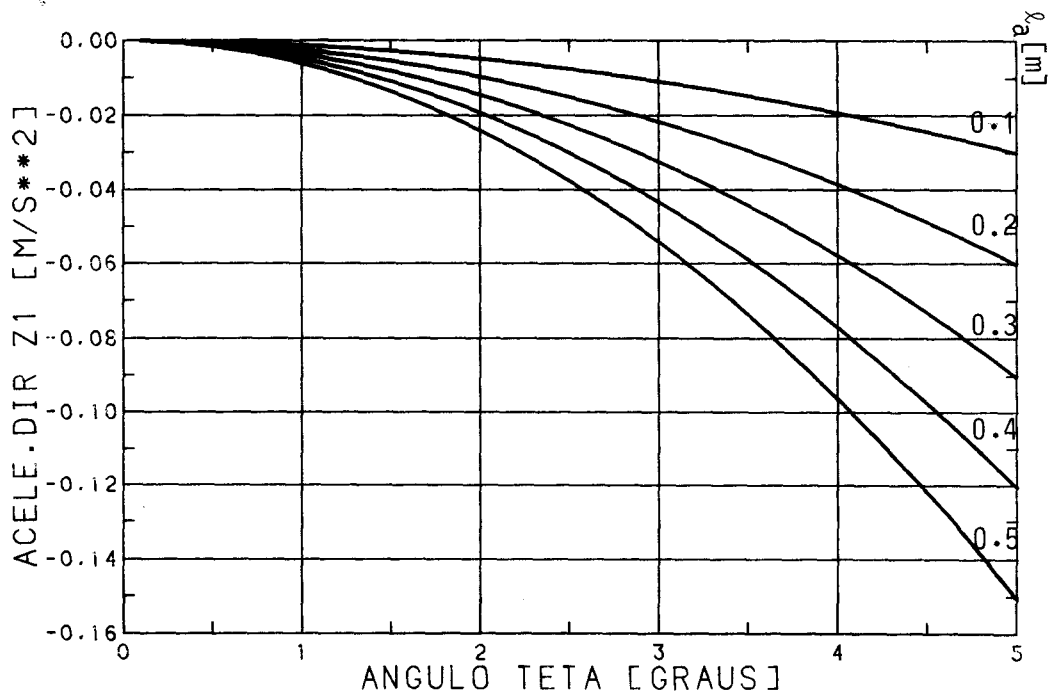


Fig. 6 - Aceleração  $a_{z_1}$  para  $I_t/I_a = 3,0$ .

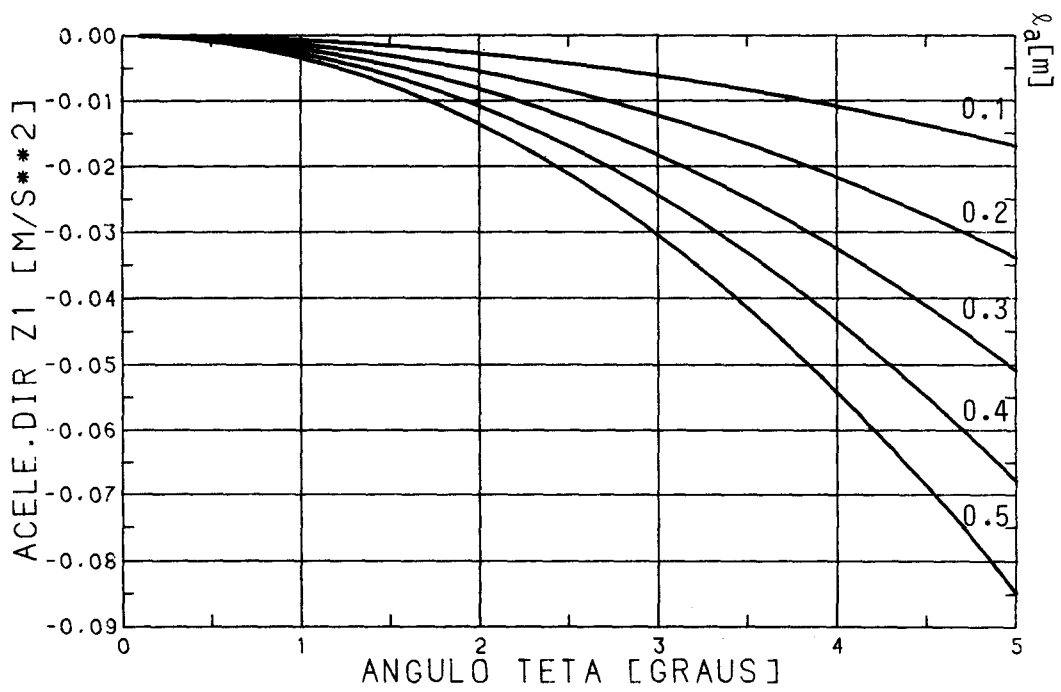


Fig. 7 - Aceleração  $a_{z_1}$  para  $I_t/I_a = 4,0$ .

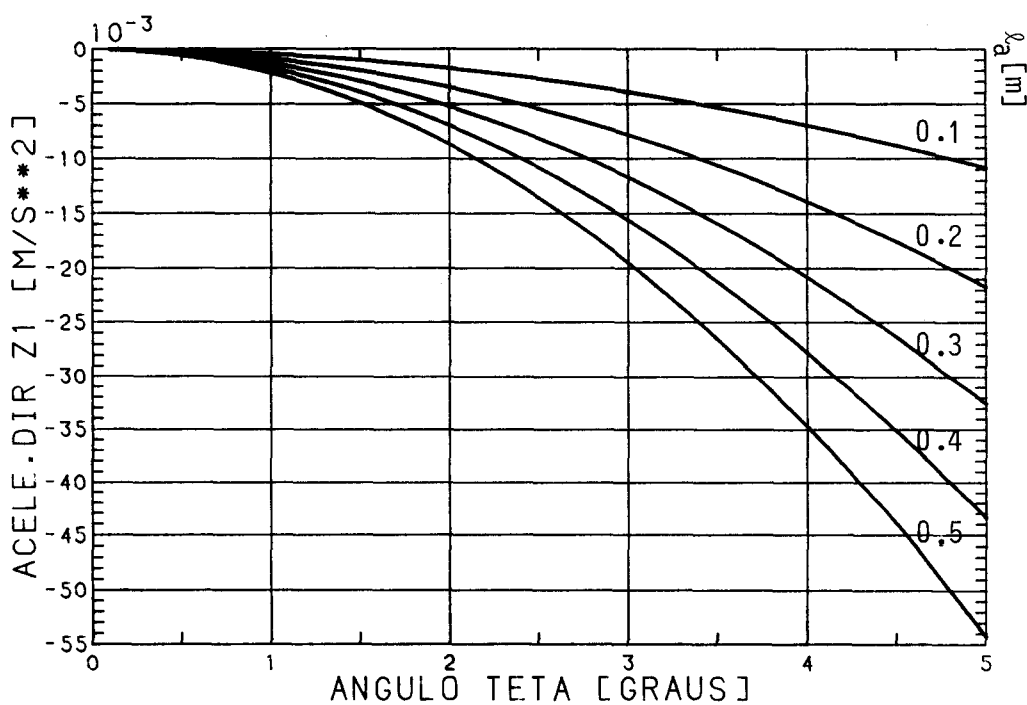


Fig. 8 - Aceleração  $a_{z1}$  para  $I_t/I_a = 5,0$ .

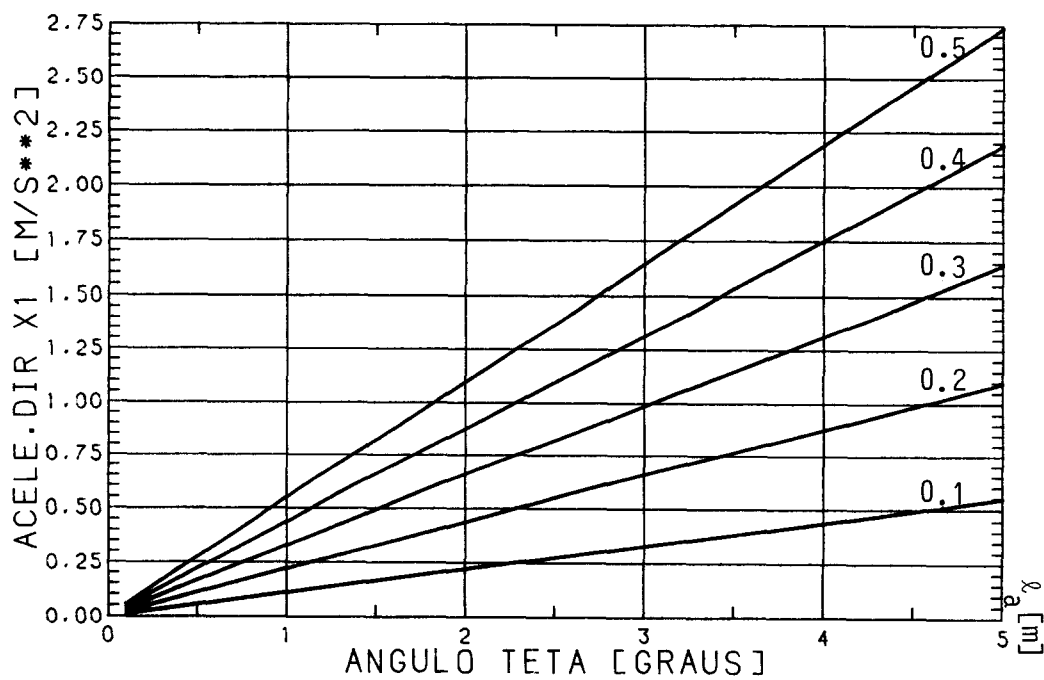


Fig. 9 - Aceleração  $a_{x1rms}$  para  $I_t/I_a = 2,0$ .

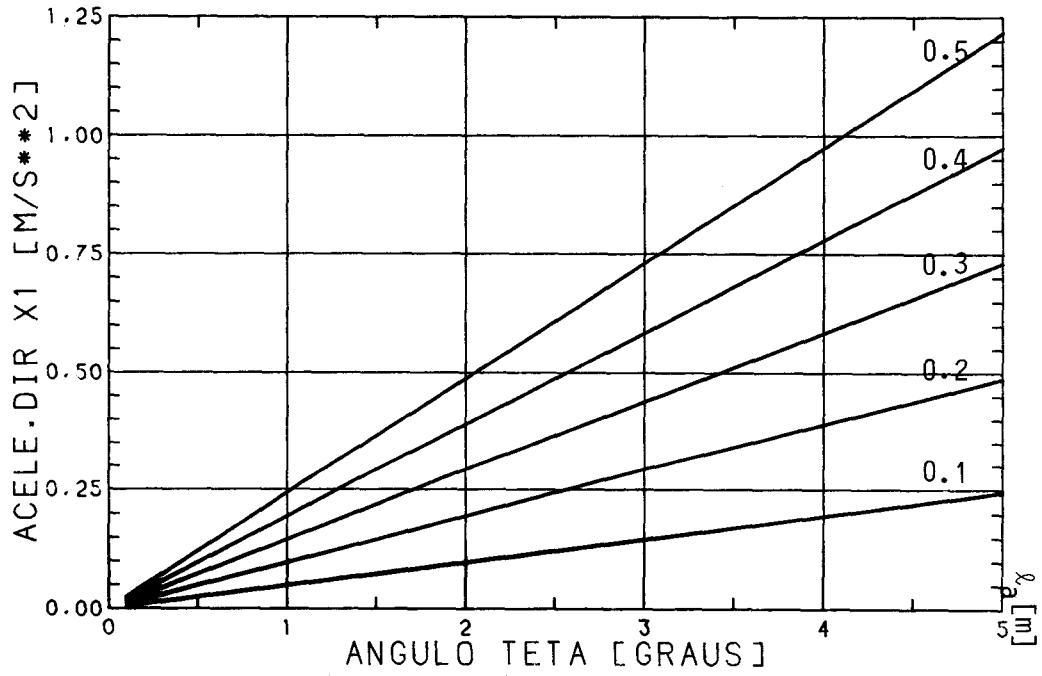


Fig. 10 - Aceleração  $a_{x1rms}$  para  $I_t/I_a = 3,0$ .

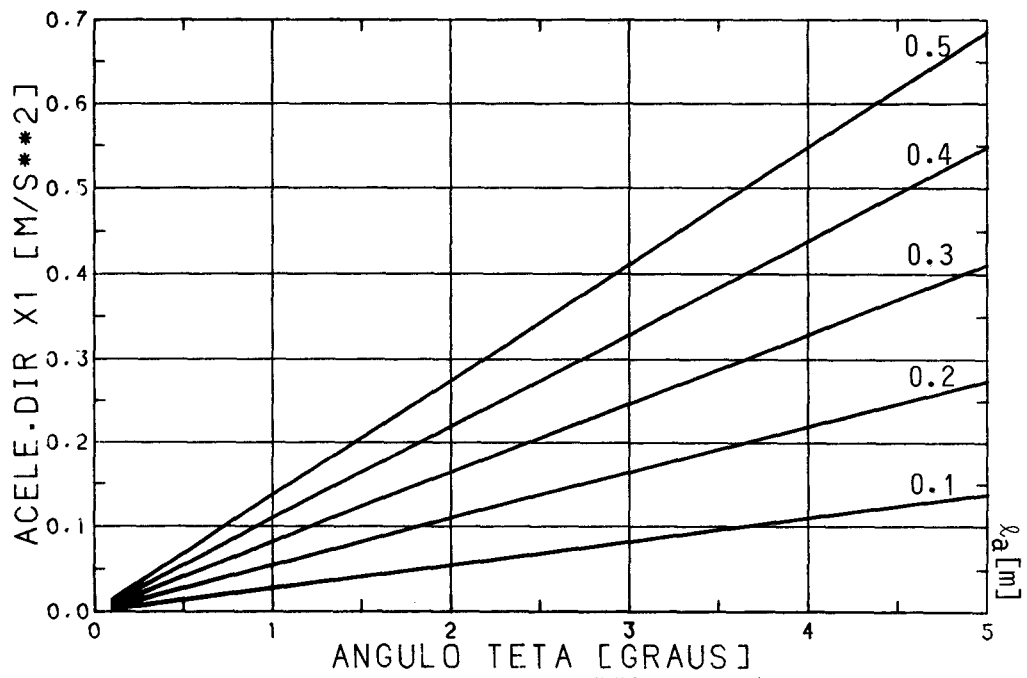


Fig. 11 - Aceleração  $a_{x1rms}$  para  $I_t/I_a = 4,0$ .



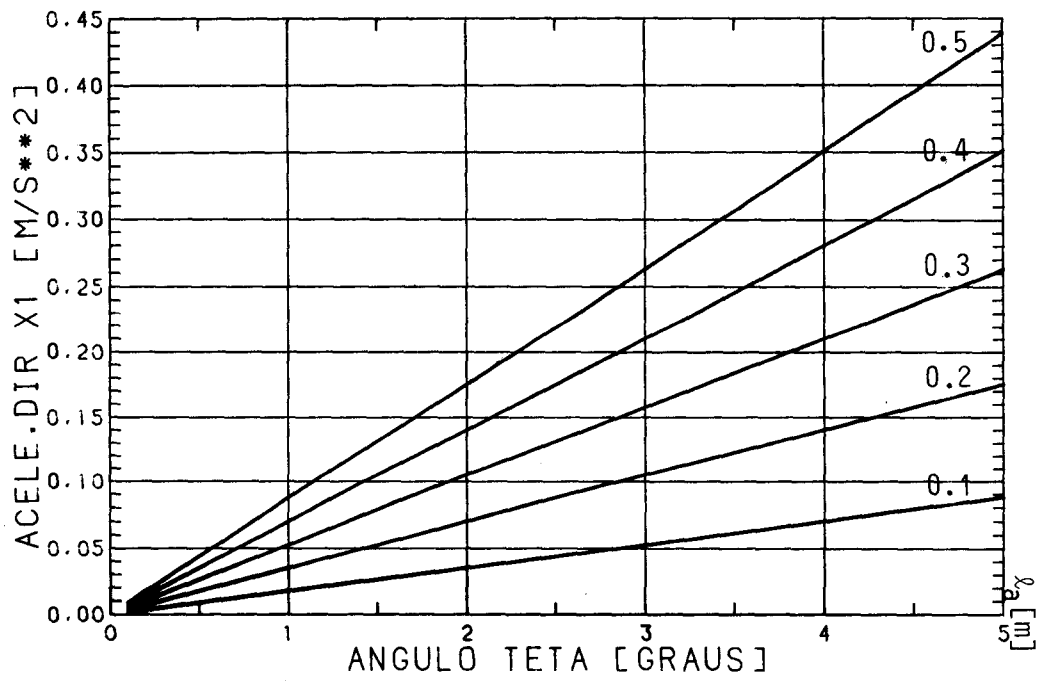


Fig. 12 - Aceleração  $a_{x1rms}$  para  $I_t/I_a = 5,0$ .

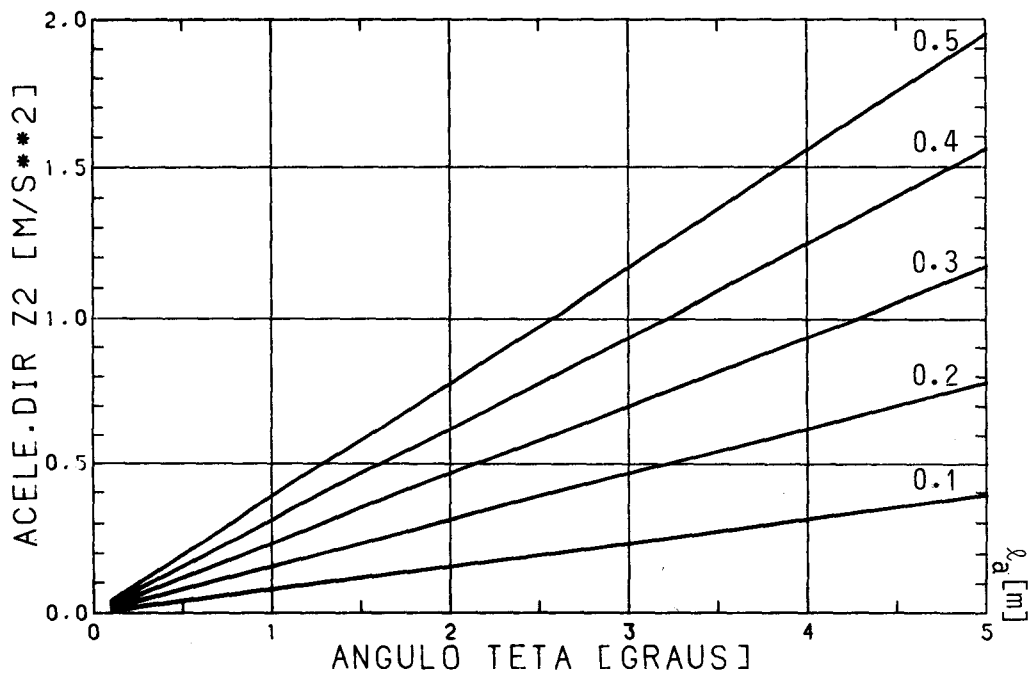


Fig. 13 - Aceleração  $a_{z2rms}$  para  $I_t/I_a = 2,0$ .

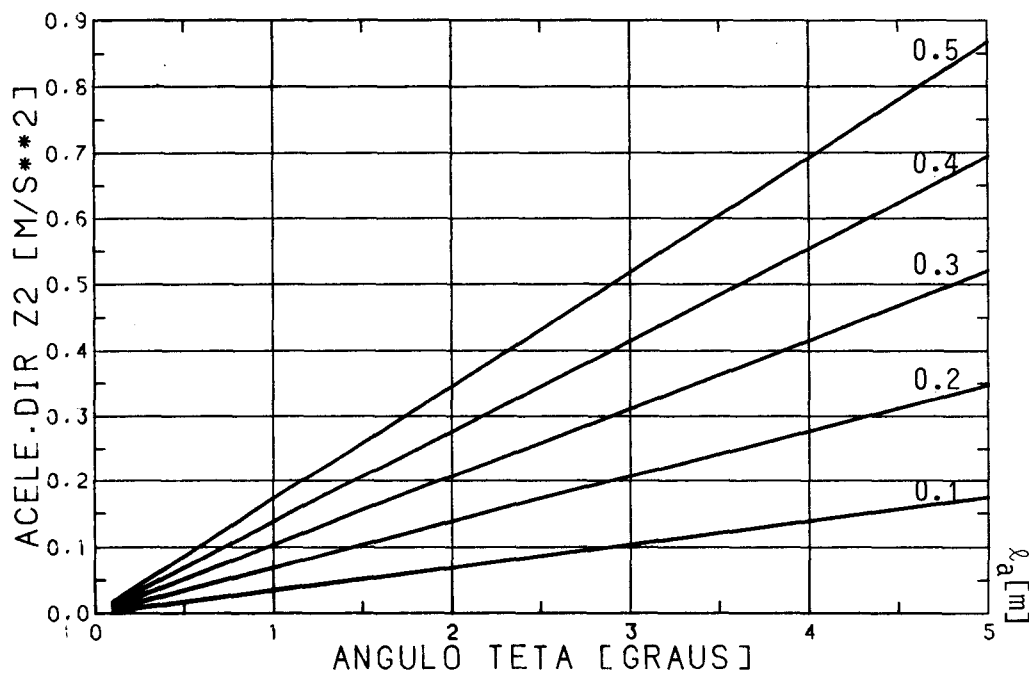


Fig. 14 - Aceleração  $a_{z2rms}$  para  $I_t/I_a = 3,0$ .

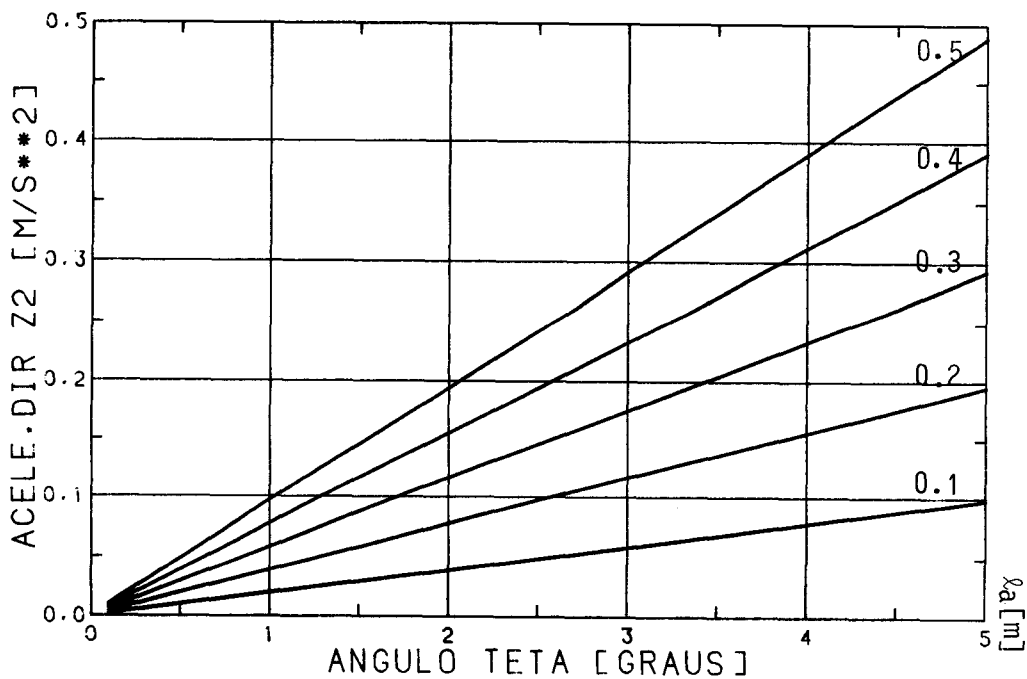


Fig. 15 - Aceleração  $a_{z2rms}$  para  $I_t/I_a = 4,0$ .

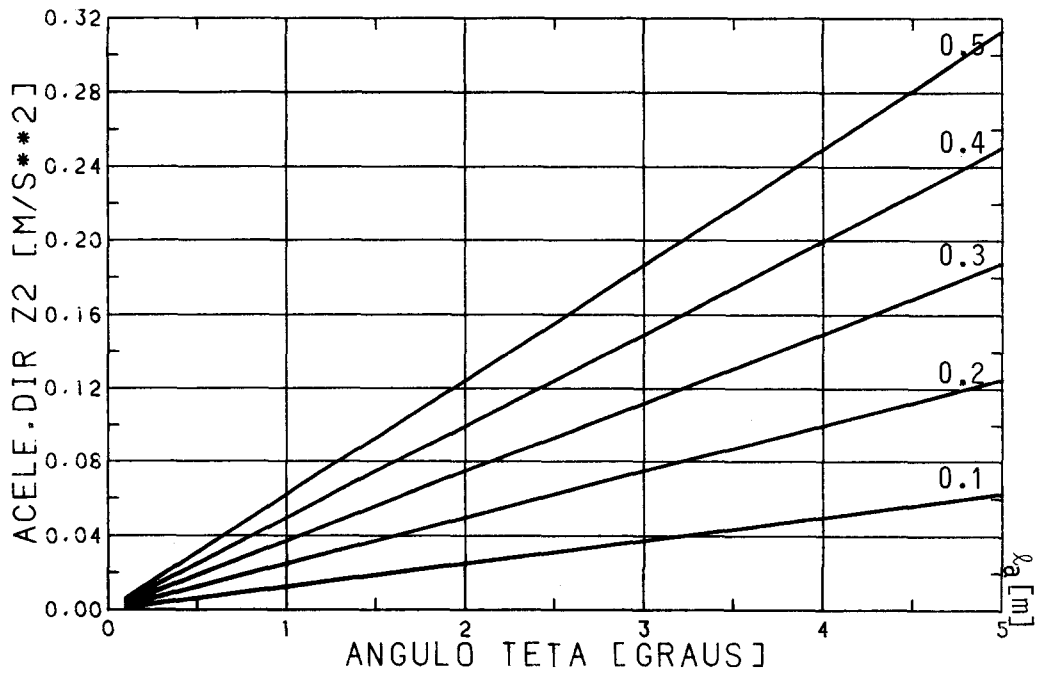


Fig. 16 - Aceleração  $a_{z_2rms}$  para  $I_t/I_a = 5,0$ .

#### 4 - DETERMINAÇÃO DA PRECISÃO DE $\theta$

Um dado ângulo  $\theta$  pode ser avaliado por três métodos distintos que são dados pelas Equações 10, 11 e 12. Cada um deles depende da leitura de dois acelerômetros.

Acelerômetros são transdutores com comportamento dinâmico de sistemas de segunda ordem, embora este fato não se evidencie quando utilizados dentro da faixa de frequências a que se destinam. O caso estudado envolve frequências baixas, permitindo uma análise estática do problema.

A precisão com que o ângulo  $\theta$  é calculado liga-se à expressão que envolve as duas acelerações lidas e à precisão com que estas acelerações foram lidas. Definindo como precisão de leitura aquela quantidade capaz de definir uma faixa em torno do valor lido, onde o

valor correto pode encontrar-se com uma probabilidade de 99,7% ( $3\sigma$ ), tem-se a seguinte expressão para o cálculo da precisão do valor obtido para o ângulo  $\theta$  (Doebelin, 1975):

$$\Delta\theta = \sqrt{\left(\Delta a_1 \frac{\partial\theta}{\partial a_1}\right)^2 + \left(\Delta a_2 \frac{\partial\theta}{\partial a_2}\right)^2}, \quad (21)$$

onde:

$\Delta a_1, \Delta a_2$  : precisão da leitura das acelerações;

$\frac{\partial\theta}{\partial a_1}, \frac{\partial\theta}{\partial a_2}$  : derivadas da expressão que obtêm  $\theta$  em relação às acelerações.

As expressões para a obtenção de  $\theta$  são aqui repetidas e denominadas  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$ :

$$\theta_1 = \text{arc tg} \frac{-a_{z_1}}{\sqrt{2} a_{x_1 \text{rms}}},$$

$$\theta_2 = \text{arc sen} \frac{1}{\sqrt{4 \left(\frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}}\right)^2 - 1}},$$

$$\theta_3 = \text{arc cos} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}}\right)^2 + \frac{1}{2}}}.$$

As suas derivadas são as expressões seguintes:

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial a_{z_1}} = - \frac{\sqrt{2} a_{x_1 \text{rms}}}{\left(2a_{x_1 \text{rms}}^2 + a_{z_1}^2\right)}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial a_{x_1 \text{rms}}} = \frac{\sqrt{2} a_{z_1}}{\left[ 2a_{x_1 \text{rms}}^2 + a_{z_1}^2 \right]}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial a_{z_1}} = \frac{8 \frac{a_{z_2 \text{rms}}^2}{a_{z_1}^2}}{\sqrt{4 \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}} \right)^2 - 2} \left[ 4 \left( \frac{a_{z_1 \text{rms}}}{a_{z_1}} \right)^2 - 1 \right]} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial a_{z_2 \text{rms}}} = \frac{-8 \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}^2}}{\sqrt{4 \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}} \right)^2 - 2} \left[ 4 \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{z_1}} \right)^2 - 1 \right]}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial a_{z_2 \text{rms}}} = \frac{2 \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}^2}}{\sqrt{\left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} \right)^2 - \frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} \right)^2 + \frac{1}{2} \right]}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial a_{x_1 \text{rms}}} = \frac{-2 \frac{a_{z_2 \text{rms}}^2}{a_{x_1 \text{rms}}^3}}{\sqrt{\left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} \right)^2 - \frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{a_{z_2 \text{rms}}}{a_{x_1 \text{rms}}} \right)^2 + \frac{1}{2} \right]} \quad (27)$$

O valor de  $\Delta a$  pode ser estabelecido através da análise do transdutor em uso ou pode-se calcular um valor de  $\Delta a$  que propicie um valor exigido de  $\Delta \theta$ . Trata-se de um procedimento inverso ao dado pela Equação 21, supondo que os erros introduzidos por cada um dos acelerômetros sejam iguais.

Analisando, sob este ponto de vista, os três métodos apresentados para a obtenção de  $\theta$ , chega-se à conclusão que o método  $\theta_1$  é menos exigente no que diz respeito à precisão de leitura dos acelerômetros. Ele será tratado como o método fundamental, passando os outros dois a métodos recorrentes em caso de falha.

Os valores obtidos para  $\Delta a$ , para os dois acelerômetros, para uma precisão  $\Delta\theta = 0,5^\circ$ , onde  $\theta$  é calculada pelo método  $\theta_1$  com  $I_t/I_a$  igual a 5,0 e  $\ell_a$  igual a 0,1 m, estão na Figura 17.

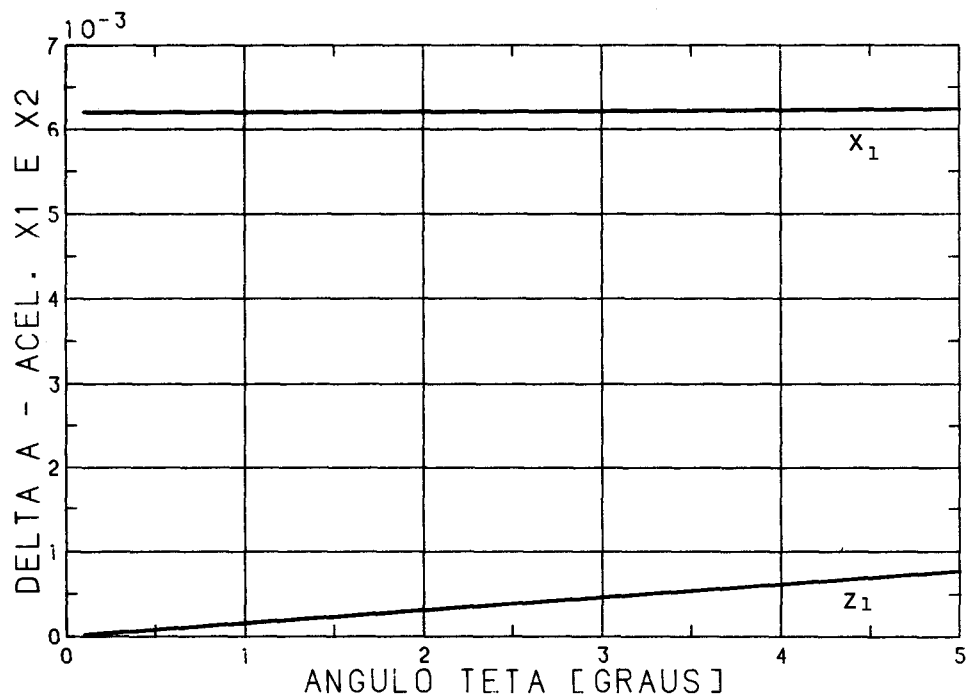


Fig. 17 - Valores de  $\Delta a$  pelo método  $\theta_1$ .

Estabelecendo o valor de  $\Delta a$  como  $10^{-4}$  m/s<sup>2</sup>, podem-se calcular os valores de  $\Delta\theta$  para os três métodos analisados. As Figuras 18 a 20 apresentam estes valores calculados com os mesmos valores de  $I_t/I_a$  e  $\ell_a$  da Figura 17.

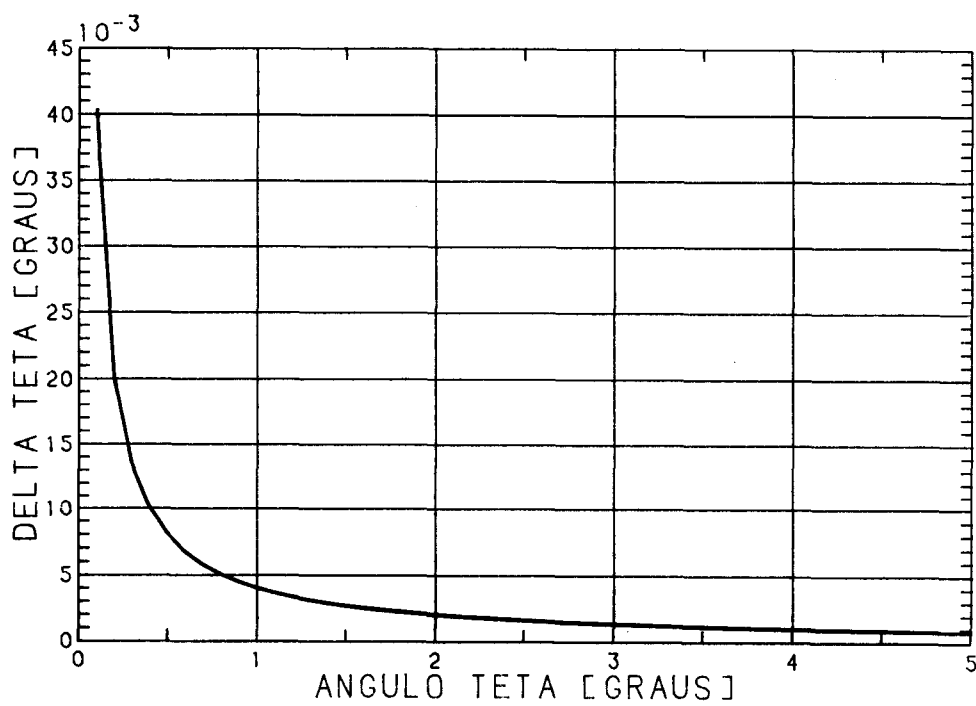


Fig. 18 - Valores de  $\Delta\theta$  pelo método  $\theta_1$ .

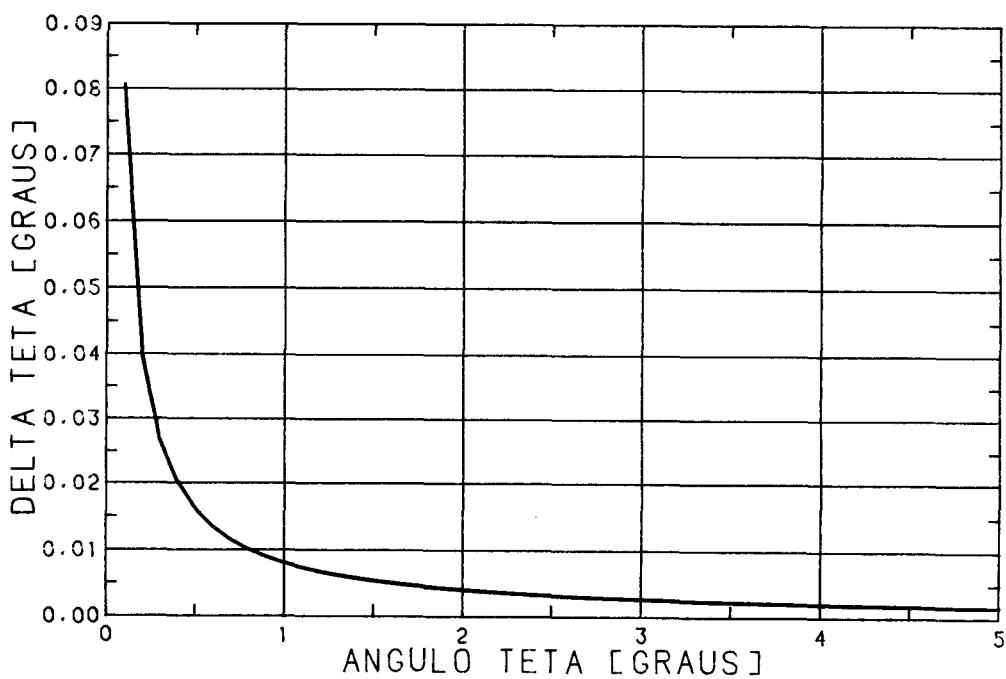


Fig. 19 - Valores de  $\Delta\theta$  pelo método  $\theta_2$ .

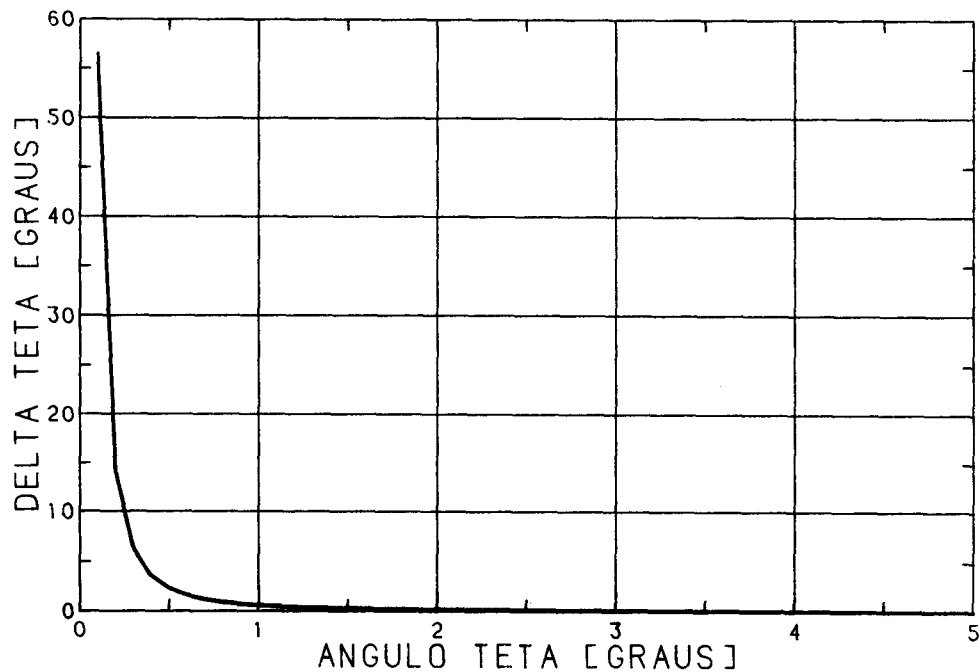


Fig. 20 - Valores de  $\Delta\theta$  pelo método  $\theta_3$ .

Os ângulos mais próximos de zero grau ( $\theta < 0,5^\circ$ ) são os que apresentam pior precisão, mas são, no entanto, de menor importância. Acima de 1 grau a precisão já é bastante boa, tendo em vista a sua finalidade.

## 5 - IMPLEMENTAÇÃO

Os acelerômetros devem ser colocados no cone de acoplamento. O primeiro deve alinhar-se com o seu eixo de simetria, o segundo deve ser normal ao primeiro, enquanto o terceiro deve localizar-se sobre a bissetriz do ângulo reto definido pelos outros dois.

A máxima aceleração que os acelerômetros devem suportar é a de lançamento, avaliada em 20 g. Embora as acelerações a serem medidas após a injeção sejam bastante inferiores à de lançamento, esta deve ser utilizada na escolha da faixa do trabalho dos acelerômetros; em caso contrário eles serão danificados durante o lançamento.



Estes acelerômetros devem medir tanto acelerações variáveis ( $a_{z_2}$  e  $a_{x_1}$ ), quanto constantes ( $a_{z_1}$ ).

A Figura 21 mostra um esquema de como implementar este sistema de medida de movimento. A Figura 22 mostra a disposição física dos equipamentos.

Para que sejam atendidas as necessidades de precisão e do tipo de sinal a ser lido, os acelerômetros devem ser do tipo pendular, próprios para sistemas inerciais.

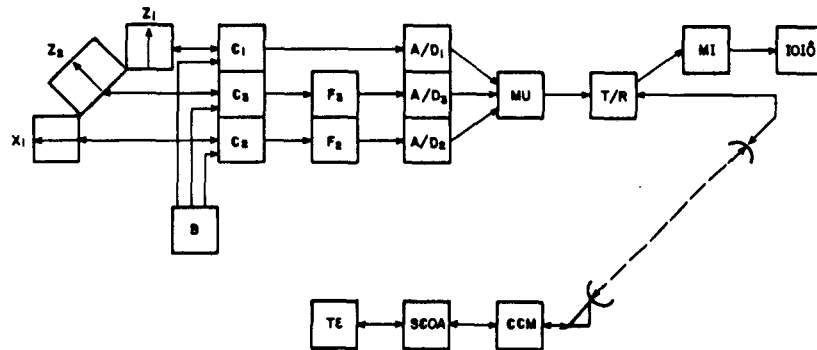


Fig. 21 - Esquema de implementação do sistema de medida do movimento.

Legenda:

- $X_1, Z_1, Z_2$  : Acelerômetros.
- $C_1, C_2, C_3$  : Condicionadores de sinal.
- B : Bateria.
- $F_2, F_3$  : Filtros rms.
- $A/D_1, A/D_2, A/D_3$  : Conversores A/D.
- MU : Multiplexador.
- T/R : Transmissor/Receptor.
- MI : Minuteria.
- CCM : Centro de Controle de Missão.
- SCOA : Subsistema de Controle de Órbita e Atitude.
- TE : Terminal.

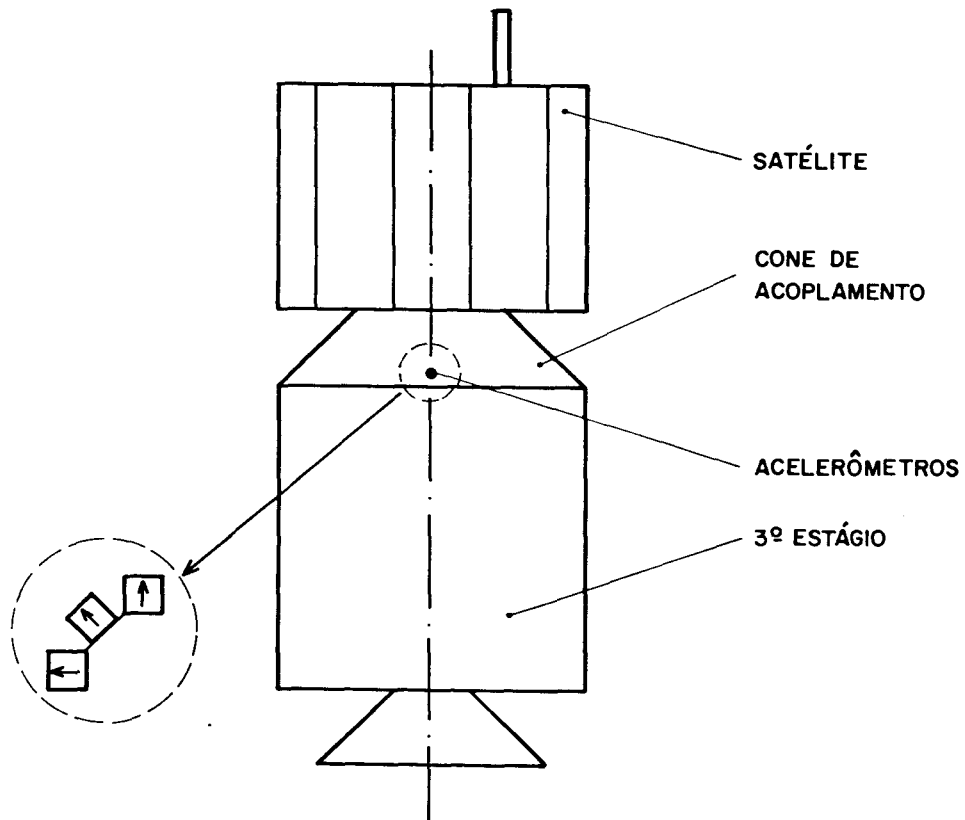


Fig. 22 - Disposição dos acelerômetros.

Duas observações devem ser feitas:

- a) A transmissão dos sinais não pode ser feita pelo transmissor do satélite, pois a sua antena está coberta. Deve ser feita por um transmissor situado na baía do equipamento, com antenas localizadas no terceiro estágio.
- b) Os acelerômetros devem ser lançados ativados, de forma a não danificar o dispositivo do pêndulo.

## 6 - CONCLUSÕES

O procedimento obtido é simples e confiável. Exige equipamentos de pequeno porte, baixo consumo de energia e baixo preço, características adequadas à sua finalidade, que é a de serem usados apenas uma vez durante a missão.

A precisão passível de ser obtida pode ser considerada satisfatória principalmente tendo em vista a finalidade da medida cujo estágio está ou não dentro da região de operação do ioiô.

Em sendo assim este trabalho só se completará com o estabelecimento de possíveis regiões de soltura do ioiô, pois assim serão determinadas as acelerações envolvidas e será possível especificar o melhor acelerômetro para uso no primeiro satélite.

3

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DOEBELIN, E.O. *Measurement systems. Application and design.* Tokio, Japão, McGraw-Hill, 1975.
- MERIAN, J.L. *Dinâmica.* Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1976.